

## БЛОК №1

### ПРЕДИСЛОВИЕ

Задачи данного учебного пособия составлены в соответствии с программой курса начертательной геометрии. Преподаватель, ведущий практические занятия в группе студентов, имеет право уменьшить или увеличить число решаемых задач. Теоретический материал, изложенный в тетради, является базой для подготовки студентов к решению задач.

Решение каждой задачи состоит из двух этапов:

1. пространственное (стереометрическое) решение, при котором определяется последовательность действий для получения искомого геометрического ответа;
2. выполнение составленного плана решения задачи на чертеже с учетом закономерностей метода проекций начертательной геометрии. Решение пространственной задачи с помощью плоскостного (планиметрического) чертежа является главным в начертательной геометрии.

**Для успешного решения задач студенту необходимы твердые знания основных теорем элементарной геометрии – планиметрии и стереометрии.**

В данной рабочей тетради все чертежи должны быть выполнены максимально аккуратно и точно, с соблюдением всех требований Государственных стандартов ЕСКД по оформлению чертежа (типы линий, шрифт и т.п.).

Все построения (вспомогательные линии, линии связи) следует выполнять тонкими линиями простым карандашом. Результаты решения задач рекомендуется обводить основной линией чертежа.

Все заданные и получаемые элементы чертежа необходимо обозначать следующим образом:

**точки** – прописными буквами латинского алфавита – **A, B, C, D, ...** или арабскими цифрами – **1, 2, 3, 4, ...** (для вспомогательных построений);

**линии** – строчными буквами латинского алфавита – **a, b, c, d, ...;**

**прямые уровня:** горизонталь – **h**, фронталь – **f**, профильная прямая – **p;**

**поверхности и плоскости** – прописными буквами греческого алфавита – **Г, Д, Θ, Λ, Σ, Φ, Ψ, Ω, ...;**

**углы** – строчными буквами греческого алфавита – **α, β, γ, δ, φ, ...;**

**плоскости проекций** – прописной буквой греческого алфавита **Π** (пи) с соответствующим нижним индексом: **Π<sub>1</sub>** – горизонтальная плоскость проекций, **Π<sub>2</sub>** – фронтальная плоскость проекций, **Π<sub>3</sub>** – профильная плоскость проекций;

**дополнительные плоскости проекций** – прописной буквой греческого алфавита **Π** (пи) с соответствующим нижним индексом: **Π<sub>4</sub>, Π<sub>5</sub>, ...;**

**проекции точек, линий и поверхностей** следует обозначать теми же буквами с добавлением индекса плоскости проекций, на которую спроецирован объект. Так проекции точки **A**, прямой **a** и плоскости **Г** соответственно надо обозначать: на плоскости **Π<sub>1</sub>** – **A<sub>1</sub>, a<sub>1</sub>, Г<sub>1</sub>**, на плоскости **Π<sub>2</sub>** – **A<sub>2</sub>, a<sub>2</sub>, Г<sub>2</sub>**, на плоскости **Π<sub>3</sub>** – **A<sub>3</sub>, a<sub>3</sub>, Г<sub>3</sub>**;

**знак =** следует применять при совпадении проекций двух элементов (например, **A<sub>2</sub>=B<sub>2</sub>**);

**знак ∈** следует применять при обозначении принадлежности одного элемента, как правило более простого, более сложному элементу;

**знак ∩** следует применять для обозначения пересечения двух элементов;

**знак ∪** – для обозначения объединения двух элементов.

## СВОЙСТВА ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

1. Проекция точки всегда точка.
2. Проекция прямой линии в общем случае – прямая линия.
3. Если прямая параллельна направлению проецирования, то она проецируется в точку. Такая проекция прямой обладает собирательным свойством: все точки прямой проецируются в одну точку.
4. Проекция точки, принадлежащей некоторой линии, принадлежит проекции этой линии.
5. Точка пересечения линий проецируется в точку пересечения проекций этих линий, как принадлежащая им обеим, согласно 4-му свойству.
6. Проекция линии, принадлежащей какой-либо поверхности, принадлежит проекции этой поверхности. В свою очередь, проекция точки, лежащей на поверхности, принадлежит проекции хотя бы одной линии этой поверхности.
7. Параллельные прямые пространства проецируются в параллельные.
8. Если плоская фигура принадлежит плоскости, параллельной плоскости проекций, то проекция этой фигуры конгруэнтна (равна) самой фигуре.
9. Проекция точки на отрезке делит проекцию отрезка в том же отношении, в каком точка делит отрезок.

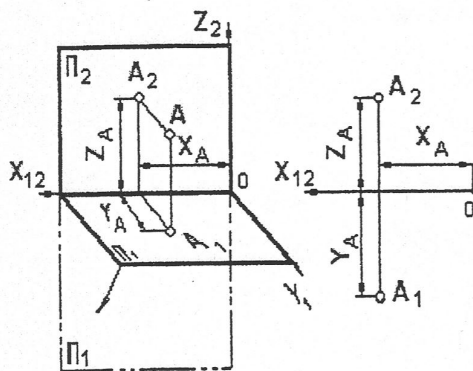
### 1. КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ТОЧКИ. ПРЯМОЙ. ПЛОСКОСТИ

#### 1.1 Теоретические положения

Три взаимно перпендикулярные плоскости  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ ,  $\Pi_3$  делят пространство на восемь частей – октантов.

Рассмотрим первый октант. Он представлен на рис.1.  $\Pi_1$  – горизонтальная,  $\Pi_2$  – фронтальная и  $\Pi_3$  – профильная плоскости проекций. Оси  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  являются осями проекций (осями координат). Осям присваивают индексы плоскостей, по ним пересекающихся:  $X_{12}$ ,  $Y_{13}$ ,  $Z_{23}$ . Для получения плоского комплексного чертежа (он может быть двухкартинным или трехкартинным) плоскость  $\Pi_1$  поворачивают вокруг оси  $X$ , а плоскость  $\Pi_3$  – вокруг оси  $Z$  до совмещения с плоскостью  $\Pi_2$ . Ось  $Y_{13}$  раздвигается на  $Y_1$ , уходящую вниз вместе с  $\Pi_1$ , и на  $Y_3$ , уходящую вправо вместе с  $\Pi_3$ .

Двухкартинный комплексный  
чертеж



Трехкартинный комплексный  
чертеж

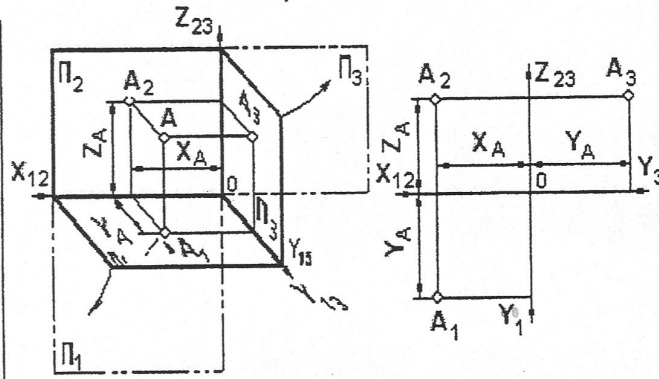


Рис.1

Комплексный чертеж точки. Точку  $A$ , расположенную в пространстве октанта 1, проецируем ортогонально на каждую из плоскостей проекций (рис.1):

$A_1$  – горизонтальная,  $A_2$  – фронтальная,  $A_3$  – профильная проекции точки  $A$ .  $AA_1$  – высота точки  $A$  (координата  $Z$ ),  $AA_2$  – глубина точки  $A$  (координата  $Y$ ),  $AA_3$  – широта точки  $A$  (координата  $X$ ).

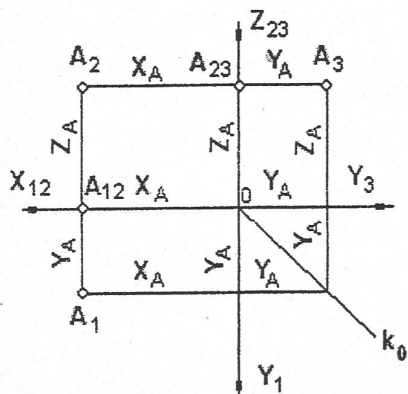


Рис.2

На комплексном чертеже прямые  $A_1A_2$  и  $A_2A_3$  связывают соответствующие проекции и передают координаты  $X$  и  $Z$ . Они называются *вертикальной и горизонтальной линиями связи*. Для графической трансляции координаты  $Y$  используют *ломаную линию связи*, которая преломляется под прямым углом на *постоянной прямой чертежа*  $k_0$ , проведенной под углом  $45^\circ$  к оси  $Y$  (рис.2).

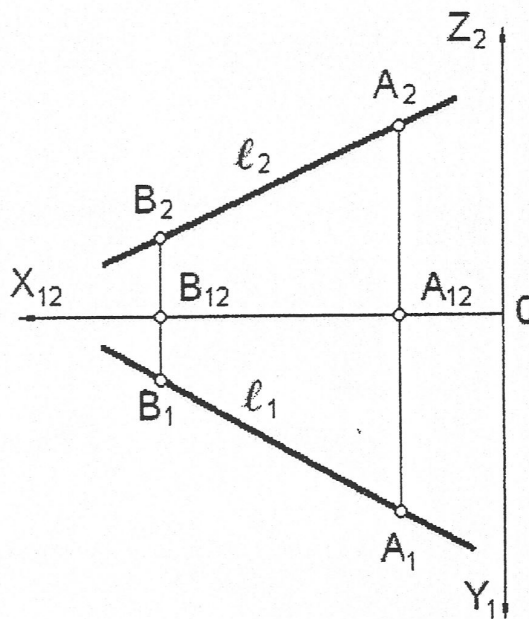


Рис.3

Комплексный чертеж прямой линии.

Прямая линия бесконечна. Две точки прямой определяют её положение в пространстве. Положение прямой можно задать также одной точкой и направлением (рис.3).

Комплексный чертеж плоскости. Плоскость в пространстве определяется тремя

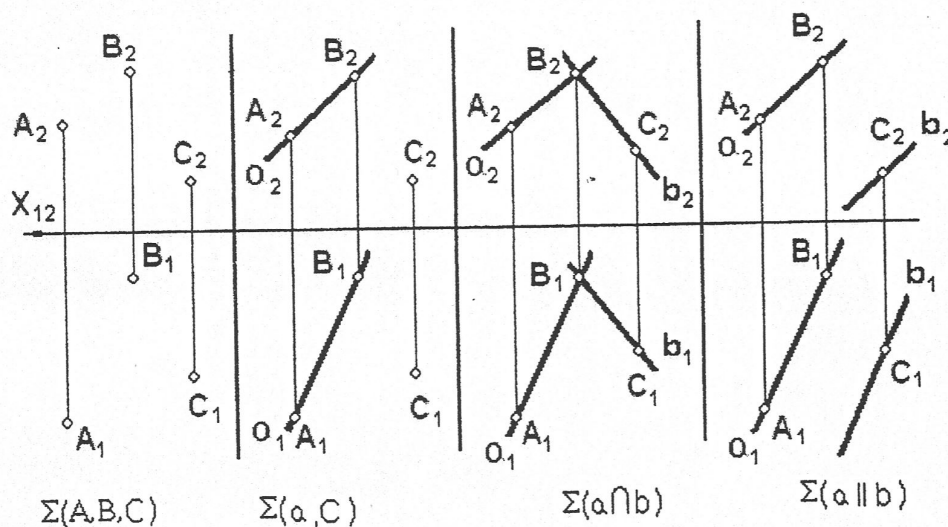


Рис.4

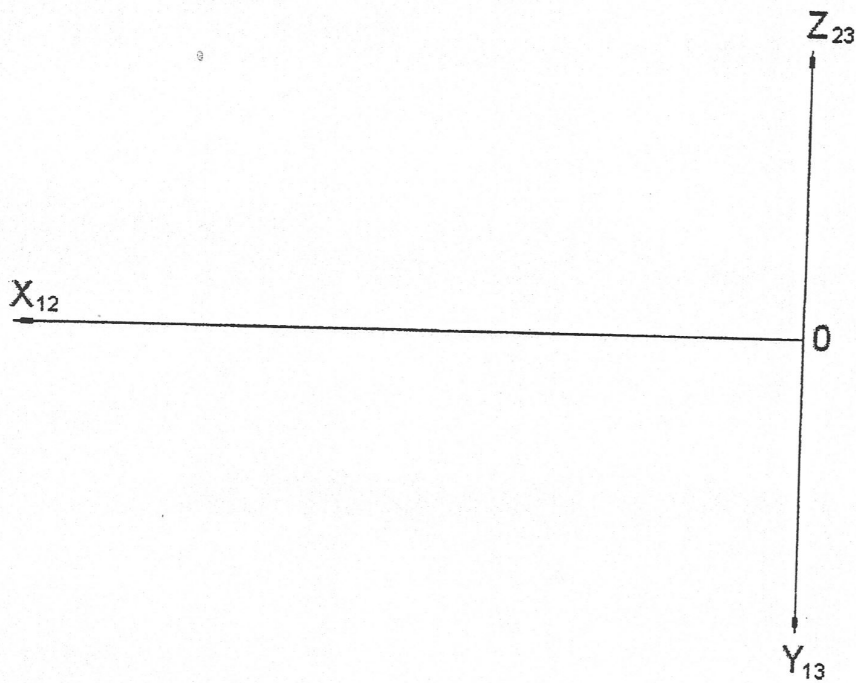
точками, не лежащими на одной прямой –  $\Sigma(ABC)$ . Ту же плоскость можно задать точкой и прямой –  $\Sigma(a, C)$ , двумя пересекающимися прямыми –  $\Sigma(a \cap b)$ , двумя параллельными прямыми –  $\Sigma(a \parallel b)$ . Наиболее наглядно задание плоскости представляется тремя точками, соединенными отрезками прямых, т.е. треугольником. На комплексном чертеже любая плоскость может быть задана проекциями элементов, определяющих её положение в пространстве (рис.4). В ходе решения задачи иногда приходится переходить от одного задания плоскости к другому.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

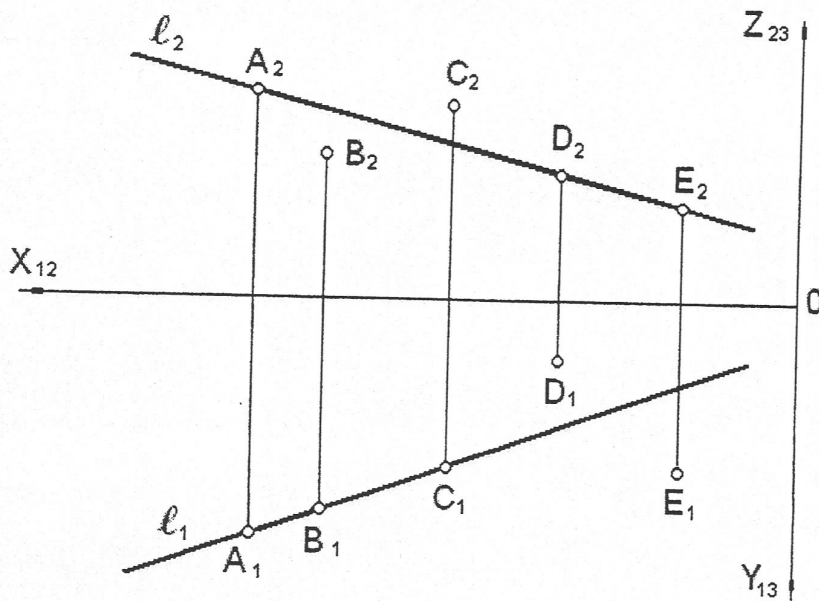
1. В чем состоит метод проецирования?
2. Почему чертежи называются проекционными?
3. Перечислите свойства ортогонального проецирования.
4. Какой проекционный чертеж является обратимым?
5. Как образуется эпюр Монжа? Дайте определение комплексного чертежа.
6. Как образуется трехкартинный комплексный чертеж?
7. Что представляет собой постоянная прямая чертежа  $k_0$ ?
8. Что на комплексном чертеже является характерным признаком параллельности прямых в пространстве?
9. Что на комплексном чертеже является характерным признаком пересекающихся в пространстве прямых?
10. Что на комплексном чертеже является характерным признаком скрещивающихся в пространстве прямых?
11. Перечислите варианты взаимного положения точки и прямой.

## 1.2. Задачи

1. Построить комплексный чертеж точек  $A(70, 20, 0)$  и  $B(20, 40, 30)$ . Обозначить высоту и глубину этих точек. Через точки  $A$  и  $B$  провести прямую  $a(a_1, a_2)$  и представить её положение в пространстве.



2. Определить положение точек  $A, B, C, D, E$  относительно прямой  $l$ . Ответ записать в таблице.




Точка	Положение относительно $l$
A	
B	
C	
D	
E	

3. На комплексном чертеже задать плоскости общего положения:


а)  $\Sigma(A, B, C)$

б)  $\Sigma(\alpha \cap \beta)$

$X_{12}$



$X_{12}$




в)  $\Sigma(\alpha \parallel \beta)$

г)  $\Sigma(\alpha, A)$

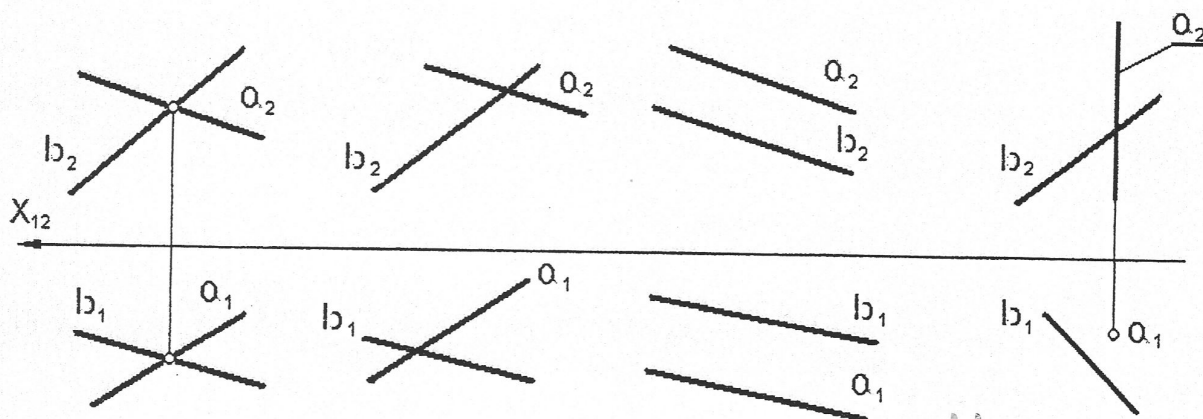
$X_{12}$



$X_{12}$



4. Определить взаимное положение двух прямых.



## БЛОК №2

### 2. ПРЯМЫЕ И ПЛОСКОСТИ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

#### 2.1 Теоретические положения

Прямые и плоскости перпендикулярные или параллельные плоскостям проекций называются прямыми и плоскостями *частного положения*, в отличие от прямых и плоскостей общего положения, которые наклонены к плоскостям проекций.

Прямые и плоскости перпендикулярные какой-либо плоскости проекций называются *проецирующими*. Прямые и плоскости параллельные какой-либо плоскости проекций называются прямыми и плоскостями *уровня* (рис. 5-7).

#### ПРЯМЫЕ УРОВНЯ

**h** – горизонталь  
 $h \parallel \Pi_1$   
 $Z = \text{const}$

**f** – фронталь  
 $f \parallel \Pi_2$   
 $Y = \text{const}$

**p** – профильная  
 $p \parallel \Pi_3$   
 $X = \text{const}$

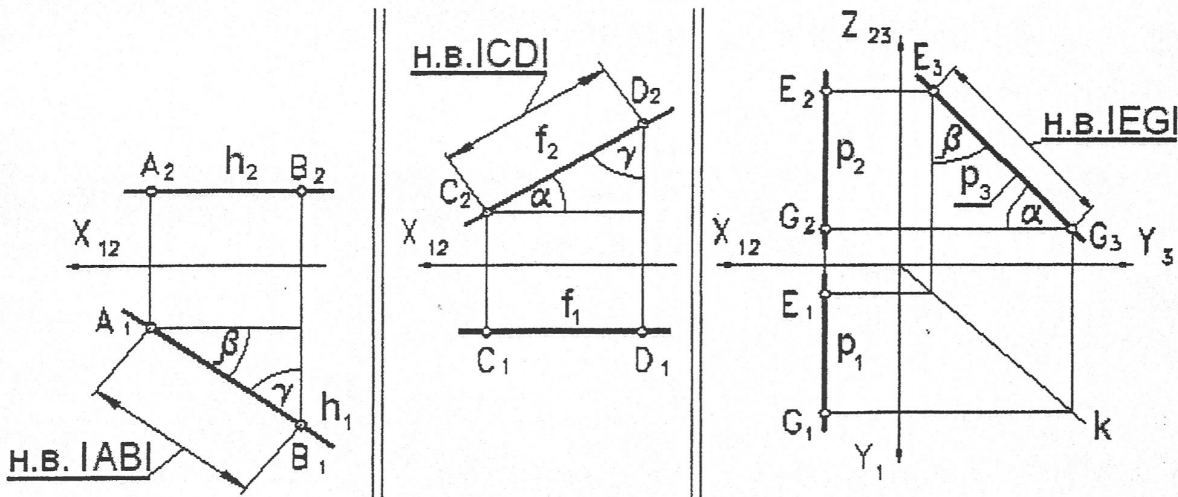


Рис.5

#### ПРОЕЦИРУЮЩИЕ ПРЯМЫЕ

Горизонтально-проецирующая

Фронтально-проецирующая

Профильно-проецирующая

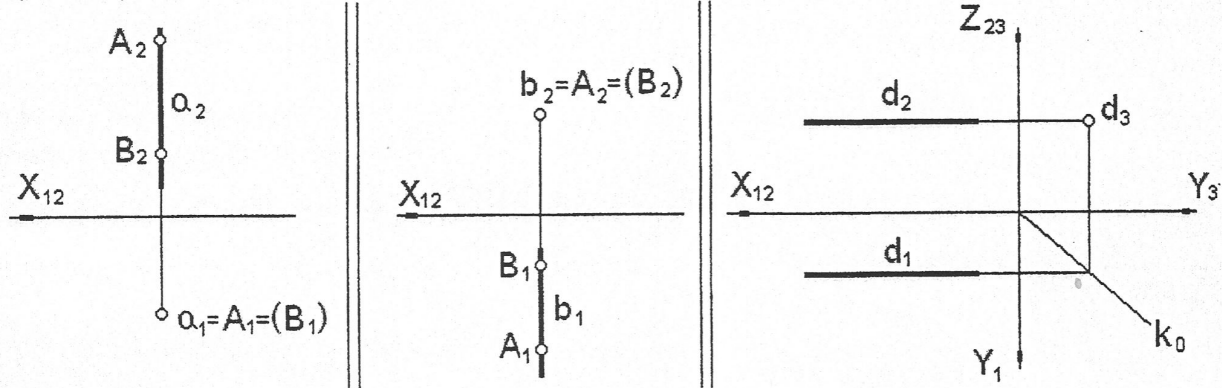


Рис.6

Плоскости уровня			Проецирующие плоскости		
Горизонтальная $\Sigma \parallel \Pi_1$	Фронтальная $\Delta \parallel \Pi_2$	Профильная $\Gamma \parallel \Pi_3$	Горизонтально- проецирующая $\Sigma \perp \Pi_1$	Фронтально- проецирующая $\Delta \perp \Pi_2$	Профильно- проецирующая $\Gamma \perp \Pi_3$

Рис.7

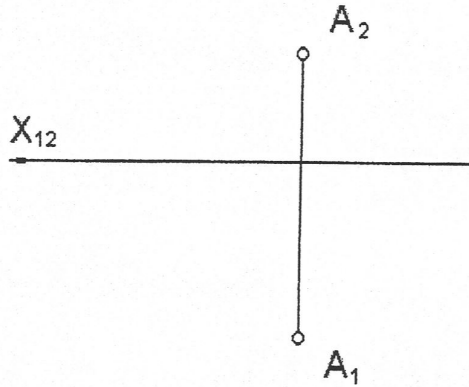
### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое горизонталь? Как расположены её проекции? Основные свойства горизонтали?
2. Что такое фронталь? Как расположены её проекции? Основные свойства фронтали?
3. Что такое профильная прямая? Как расположены её проекции? Свойства профильной прямой?
4. Какая прямая называется прямой общего положения?
5. Как отображается ориентация проецирующей прямой в её названии?
6. Свойства проецирующей прямой?
7. Что такое конкурирующие точки?
8. Перечислите названия плоскостей в зависимости от их положения по отношению к плоскостям проекций.
9. Какая плоскость называется плоскостью общего положения?

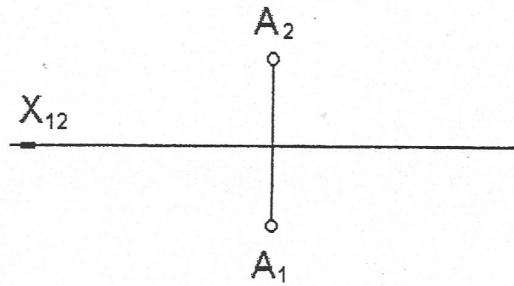


## 2.2. Задачи

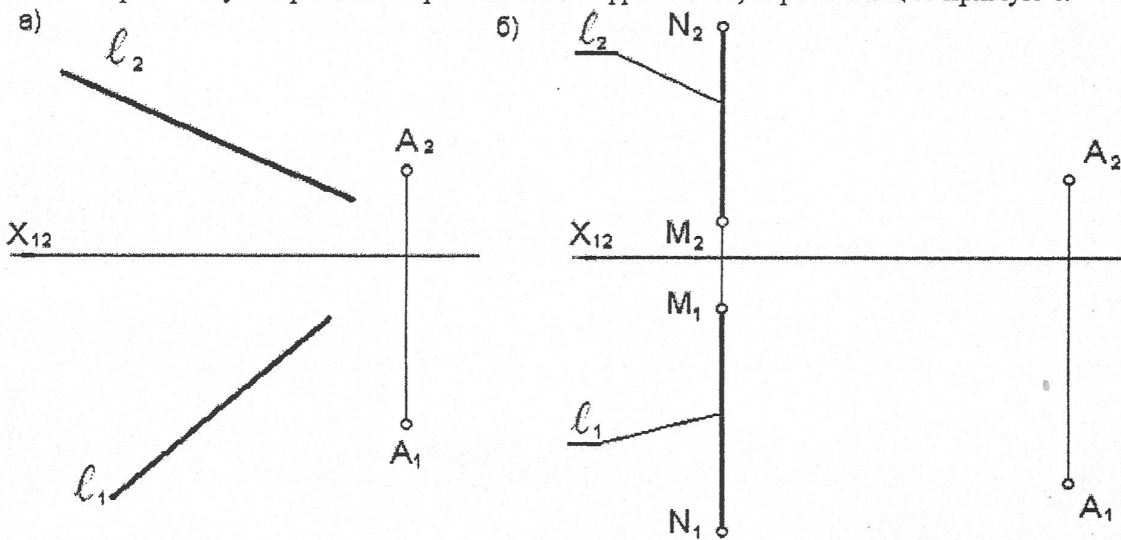
1. Через точку  $A$  провести горизонтально-проецирующую прямую  $a(a_1, a_2)$ , фронтально-проецирующую прямую  $b(b_1, b_2)$ , профильно-проецирующую прямую  $c(c_1, c_2)$ .



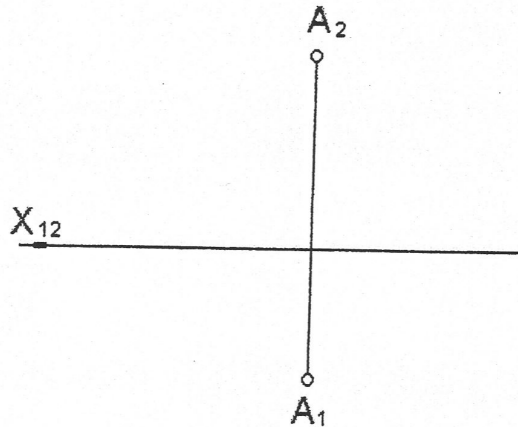
2. Через точку  $A$  провести горизонталь  $h$  под углом  $45^\circ$  к  $\Pi_2$  и фронталь  $f$  под углом  $30^\circ$  к  $\Pi_1$ .



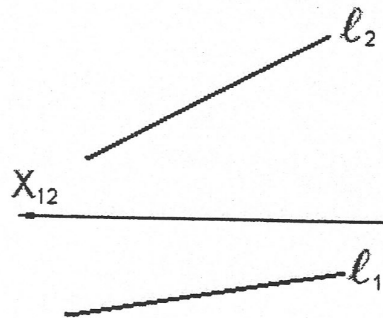
3. Через точку  $A$  провести горизонталь  $h$  и фронталь  $f$ , пересекающиеся прямую  $l$ .



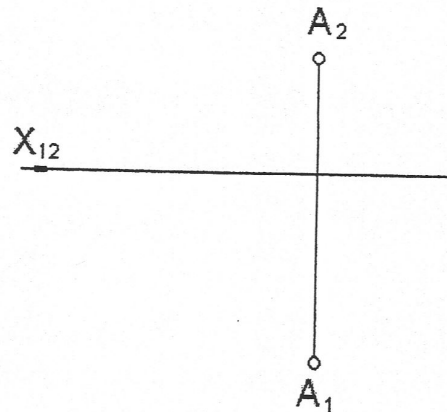
3. Через точку  $A$  провести горизонтально-проецирующую плоскость  $\Sigma$  под углом  $30^\circ$  к  $\Pi_2$ , фронтально-проецирующую плоскость  $\Delta$  под углом  $45^\circ$  к  $\Pi_1$ , а также горизонтальную и фронтальную плоскости уровня  $\Theta$  и  $\Psi$ .



4. Через прямую  $l$  провести горизонтально-проецирующую плоскость  $\Sigma$  и фронтально-проецирующую плоскость  $\Delta$ .



5. Через точку  $A$  провести плоскости уровня: горизонтальную  $\Sigma$ , фронтальную  $\Delta$  и профильную  $\Gamma$ .



6. Через прямые  $l \perp \Pi_2$  и  $m \perp \Pi_1$  провести всевозможные плоскости частного положения.

